미디어 통계

Week 7. F-test Assignment

학과 미디어 학과
학번 201222714
이름 이혜린

	Factor B: Fullness				
Factor A: Weight		Empty	Full		
	Normal	n=20 $\bar{x}$=22 T=440 SS=1540	n=20 $\bar{x}$=15 T=300 SS=1270	T_{obese}=740	
	Obese	n=20 $\bar{x}$=17 T=340 SS=1320	n=20 $\bar{x}$=18 T=360 SS=1266	T_{normal}=700	
		T_{empty}=780	T_{full}=660		G=1440 N=80 $\sum x^2$=31836
$\overline{x_t}$=18 $\overline{x_t}^2$=324 N=80 N*$\overline{x_t}^2$=25920 $\sum x^2 - N * (\overline{x_t}^2) = 31836 - 25920 = 2916$					

- 독립 변인 분석

1. 몸무게(2가지,normal/obese)에 따른 차이
2. 포만감(2가지,Empty/Full)에 따른 차이
3. 위의 두 가지 변화로 설명되지 않는다고 나타나는 차이(만약 존재한다면)=즉, 두 가지 독립변인의 동시 존재에 의해서만 나타나는 차이

- 종속 변인

  먹은 크래커의 수

■ Build hypotheses

- Factor A: Weight에 관한 가설은 다음과 같이 정리 된다.

  H1: $\mu A_1 \neq \mu A_2$ (normal weight 와 obese weight간에 차이가 있을 것이다.)

  이에 대한 영 가설은

  H0: $\mu A_1 = \mu A_2$(normal weight 와 obese weight간에 차이가 없을 것이다.)

- Factor B: Fullness에 관한 가설은 다음과 같이 정리 된다.

  H1: $\mu B_1 \neq \mu B_2$ (empty fullness 와 full fullness간에 차이가 있을 것이다.)

  이에 대한 영 가설은

  H0: $\mu B_1 = \mu B_2$(empty fullness 와 full fullness간에 차이가 없을 것이다.)

- 상호 효과

  H1: A팩터(Weight)와 B팩터(Fullness) 간의 상호작용이 존재한다. 즉, 각각의 상태에 따라서 나타나는 평균의 차이가 두 팩터가 갖는 주 효과에 의해서만 설명되지 않고 부가적으로 더 있다.

이에 대한 영 가설은
H0: A팩터(Weight)와 B팩터(Fullness) 간의 상호작용이 존재하지않는다. 즉, 각각의 상태에 따라서 나타나는 평균의 차이가 두 팩터가 갖는 주 효과에 의해서만 설명된다.

■ **Locate the critical range for F-ratio**

- Degrees of freedom

1. df_{total} = N - 1
   = 80 - 1
   =79
2. df_{within} = $\Sigma(n_i - 1)$
   = 19 + 19 + 19 + 19
   = 76
3. $df_{between}$ = k - 1
   = 4 - 1
   = 3
4. df_A = number of levels of A -1
   = 2 - 1
   = 1
5. df_B = number of levels of B – 1
   = 2 - 1
   = 1
6. df_{A*B} = $df_{between} - df_A - df_B$
   = 3 – 1 - 1
   = 1

- Sum of Squares

1. SS_{total} $=\sum X^2 - \frac{G^2}{N}$
   = 31836 - $\frac{1440^2}{80}$
   = 31836 - 25920
   = 5916
2. SS_{within} = $\sum SS_{each\ treatment}$
   = 1540 + 1270 + 1320 + 1266
   = 5396
3. $SS_{between}$ = $\sum \frac{T^2}{n} - \frac{G^2}{N}$
   = $\frac{440^2}{20} + \frac{300^2}{20} + \frac{340^2}{20} + \frac{360^2}{20} - \frac{1440^2}{80}$

$= \frac{193600}{20} + \frac{90000}{20} + \frac{115600}{20} + \frac{129600}{20} - \frac{2073600}{80}$

= 9680 + 4500 + 5780 + 6480 - 25920

= 520

4. $SS_A = \sum \frac{{T_A}^2}{n_A} - \frac{G^2}{N}$

$= \frac{740^2}{40} + \frac{700^2}{40} - \frac{1440^2}{80}$

$= \frac{547600}{40} + \frac{470000}{40} - \frac{2073600}{80}$

= 13690 + 12250 - 25920

= 20

5. $SS_B = \sum \frac{{T_B}^2}{n_B} - \frac{G^2}{N}$

$= \frac{780^2}{40} + \frac{660^2}{40} - \frac{1440^2}{80}$

$= \frac{608400}{40} + \frac{435600}{40} - \frac{2073600}{80}$

= 15210 + 10890 - 25920

= 180

6. $SS_{A*B} = SS_{between} - SS_A - SS_B$

= 520 – 20 - 180

= 320

- Mean Square

1. $MS_A = \frac{SS_A}{df_A}$

$= \frac{20}{1}$

= 20

2. $MS_B = \frac{SS_B}{df_B}$

$= \frac{180}{1}$

= 180

3. $MS_{A*B} = \frac{SS_{A*B}}{df_{A*B}}$

$= \frac{320}{1}$

= 320

4. $MS_{within} = \frac{SS_{within}}{df_{within}}$

$= \frac{5396}{76}$

= 71

- F-ratio

1. $F_A(1{,}76) = \frac{MS_A}{MS_{within}}$
$= \frac{20}{71} \doteqdot 0.28$

2. $F_B(1{,}76) = \frac{MS_B}{MS_{within}}$
$= \frac{180}{71} \doteqdot 2.54$

3. $F_{A*B}(1{,}76) = \frac{MS_{A*B}}{MS_{within}}$
$= \frac{320}{71} \doteqdot 4.51$

- Check F distribution table
- $F_{crit}(1{,}60) > F_{crit}(1{,}76) > F_{crit}(1{,}100)$
  $= 4.00 > F_{crit}(1{,}76) > 3.94$

■ **Summary**

Table 1. Mean number of crackers eaten in each treatment condition			
		Fullness	
		Empty stomach	Full stomach
Weight	Normal	M= 22 SD= $\sqrt{\frac{1540}{19}} \doteqdot 9.00$	M= 15 SD= $\sqrt{\frac{1270}{19}} \doteqdot 8.18$
	Obese	M= 17 SD= $\sqrt{\frac{1320}{19}} \doteqdot 8.34$	M= 18 SD= $\sqrt{\frac{1266}{19}} \doteqdot 8.16$
			M =mean, SD=standard deviation

Table 2. Result				
Source	SS	df	MS	F
Between treatment	520	3	173.33	
- Factor A (weight)	20	1	20	0.28
- Factor B (fullness)	180	1	180	2.54
- A x B interaction	320	1	320	4.51
Within treatment	5396	76	71	
Total	5916	79	74.89	
Weight x Fullness factorial design				

■ **통계학적 결정**

F distribution table에서 denominator의 df값인 76이 존재하지 않으니 추정하면

$F_{crit}(1{,}60) > F_{crit}(1{,}76) > F_{crit}(1{,}100)$

= 4.00 > $F_{crit}(1{,}76)$> 3.94

이므로 $F_{crit}(1{,}76)$값은 95% 신뢰 수준 에서 3.94에서 4.00사이의 값을 갖는다.

먼저, Factor A (Weight) F값은 0.28 이고 $F_{crit}(1{,}76)$ 값보다 작으므로 'normal weight 와 obese weight간에 차이가 없을 것이다.' 라는 영 가설을 부정 할 수 없다. 따라서 체중에 따른 먹은 크래커 수의 차이는 미미할 것이다.

두번째로, Factor B(Fullness) 의 F값은 2.54이고 $F_{crit}(1{,}76)$ 보다 작으므로 'empty fullness 와 full fullness간에 차이가 없을 것이다.' 라는 영 가설을 부정할 수 없다. 즉, 포만감에 따른 먹은 크래커 수의 차이는 미미할 것이다.

마지막으로, Factor A와 Factor B의 상호 효과를 살펴보면 F 값은 4.51이다. 이 값은 $F_{crit}(1{,}76)$ 보다 크므로 'A팩터와 B팩터 간의 상호작용이 존재하지않는다' 라는 영 가설을 부정할 수 있다. 즉, 몸무게와 포만감 두 Factor의 상호작용이 먹은 크래커의 수에 영향을 미친다고 할 수 있다.

■ **결과**

이 실험은 몸무게, 포만감, 몸무게와 포만감의 상호작용이 먹은 크래커 수에 영향을 미치는가를 알아보고자 한다. 설정한 가설은 ① 몸무게(정상/비만)에 따라 먹은 크래커 수에 차이가 있을 것이다. ② 포만감(없다/가득)에 따라 먹은 크래커 수에 차이가 있을 것이다. ③ 몸무게와 포만감의 상호작용이 먹은 크래커 수에 영향을 미칠 것이다. 로 정리할 수 있다. 이 가설들을 검증하기 위해 treatment를 거친 뒤 F-test를 진행해 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다. 95% 신뢰수준에서 가설① 의 F-ratio 가 $F_{crit}(1{,}76)$ 보다 작기 때문에 영 가설을 부정할 수 없고, 몸무게가 먹은 크래커 수에 미치는 영향이 미미하다고 볼 수 있다. 가설② 의 F-ratio 역시 $F_{crit}(1{,}76)$ 보다 작기 때문에 영 가설을 부정할 수 없고, 포만감이 먹은 크래커 수에 미치는 영향이 미미하다고 볼 수 있다. 반면 가설③ 의 F-ratio 가 $F_{crit}(1{,}76)$ 보다 크기 때문에 영 가설을 부정할 수 있으며, 몸무게와 포만감의 상호작용이 먹은 크래커의 수에 영향을 미친다고 해석할 수 있다.